

Bài 7

PHÉP CHIẾU



NỘI DUNG

- Nguyên lý không gian 3 chiều
- Tổng quan về phép chiếu
- Các phép chiếu song song
- Các phép chiếu phối cảnh



1

NGUYÊN LÝ 3D

Nguyên lý về 3D

- Đồ họa 3 chiều - 3D computer graphics bao gồm việc bổ sung kích thước về chiều sâu của đối tượng, cho phép ta biểu diễn chúng trong thế giới thực một cách chính xác và sinh động hơn.
- Tuy nhiên các thiết bị truy xuất hiện tại đều là 2 chiều, Do vậy việc biểu diễn được thực thi thông qua phép tô trát – render để gây ảo giác về độ sâu
- 3D Graphics là việc chuyển thế giới tự nhiên dưới dạng các mô hình biểu diễn trên các thiết bị hiển thị thông qua kỹ thuật tô trát (rendering).

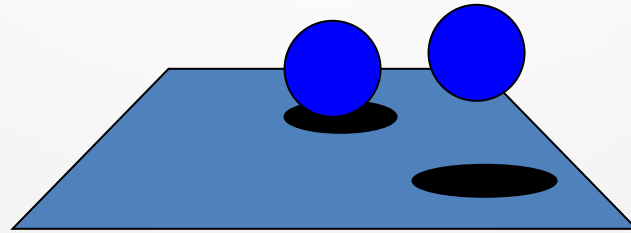
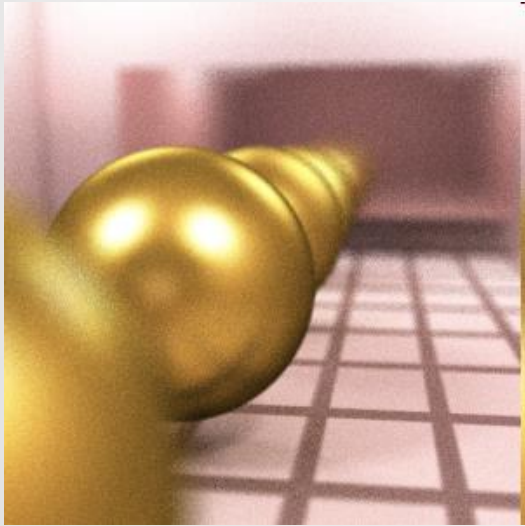
Đặc điểm của kỹ thuật đồ họa 3D

- Có các đối tượng phức tạp hơn các đối tượng trong không gian 2D
 - Bao bởi các mặt phẳng hay các bề mặt
 - Có các thành phần trong và ngoài
- Các phép biến đổi hình học phức tạp
- Các phép biến đổi hệ tọa độ phức tạp hơn
- Thường xuyên phải bổ sung thêm phép chiếu từ không gian 3D vào không gian 2D
- Luôn phải xác định các bề mặt hiển thị

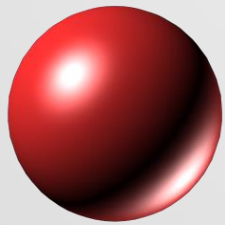
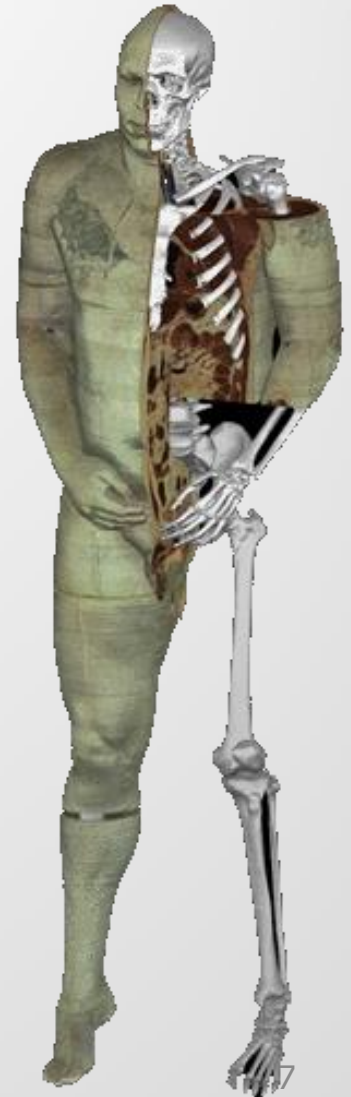
Các phương pháp hiển thị 3D

- Với các thiết bị hiển thị 2D:
 - 3D viewing positions
 - Kỹ thuật chiếu - projection: orthographic/perspective
 - Kỹ thuật đánh dấu độ sâu - depth cueing
 - Nét khuất - visible line/surface identification
 - Tô trát bề mặt - surface rendering
 - Cắt lát - exploded/cutaway scenes, cross-sections
- Thiết bị hiển thị 3D:
 - Kính stereo - Stereoscopic displays*
 - Màn hình 3D - Holograms

Các phương pháp hiển thị 3D



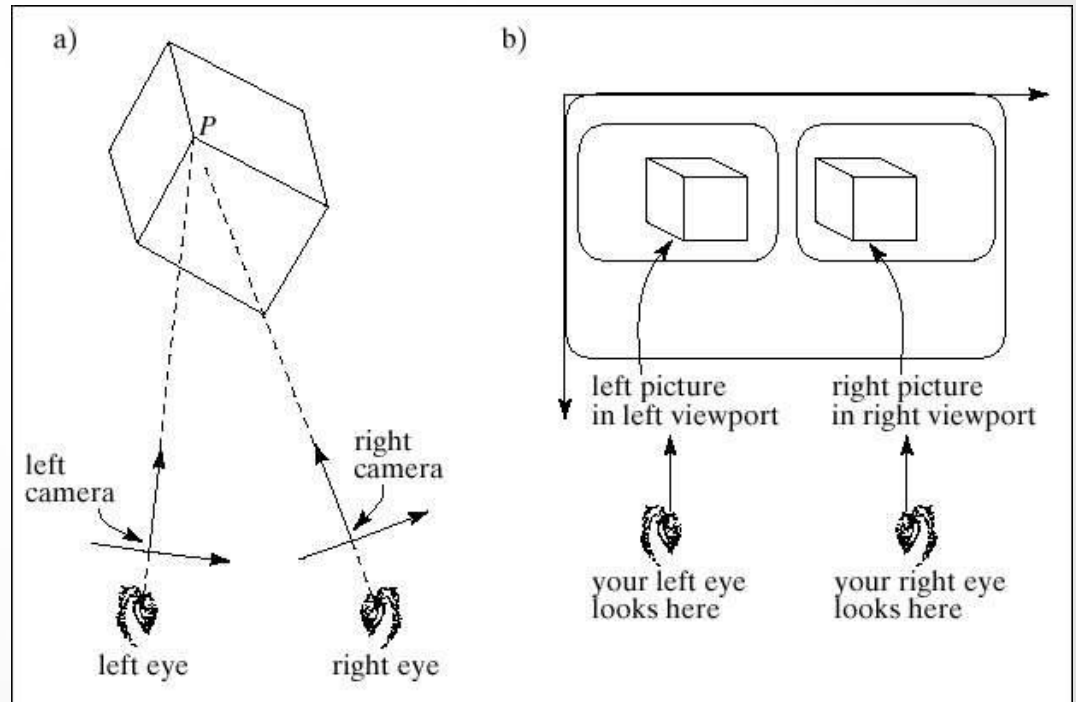
Shadows as depth cues



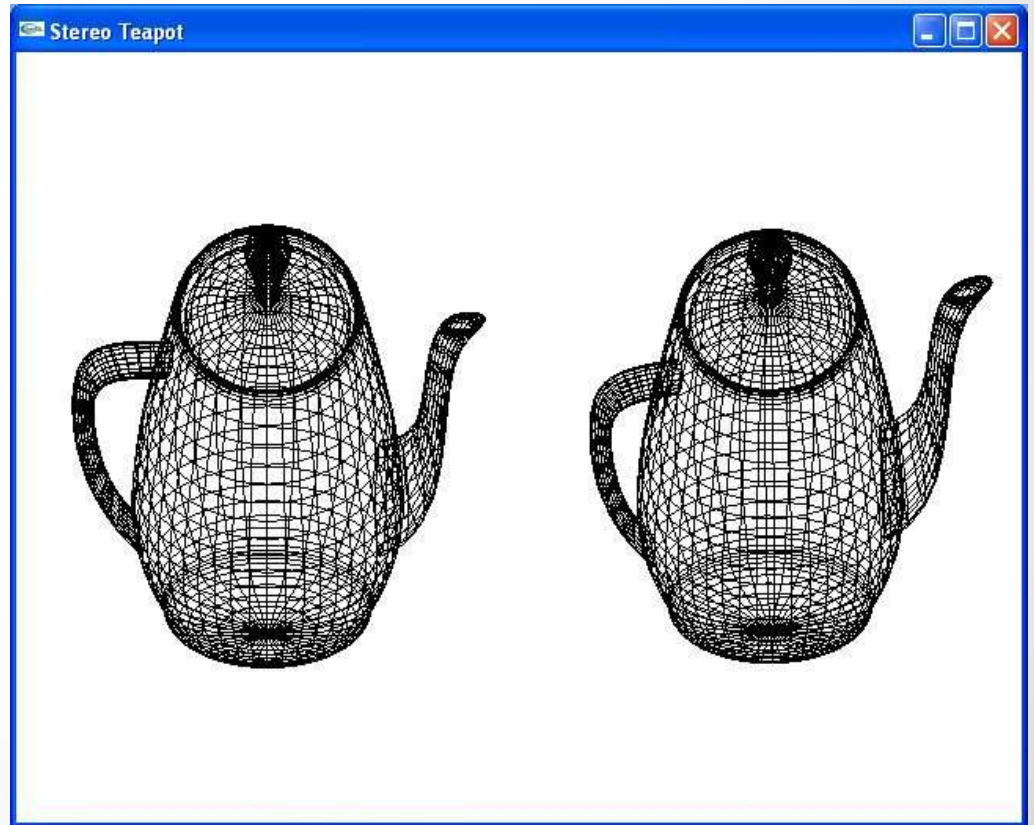
Stereo Projections

- Faking depth in a 2D image
- Based on natural stereoscopic eye-brain system.
- Objects are not viewed with just one eye, but two eyes.
- Each eye looks at the object from a slightly different location.

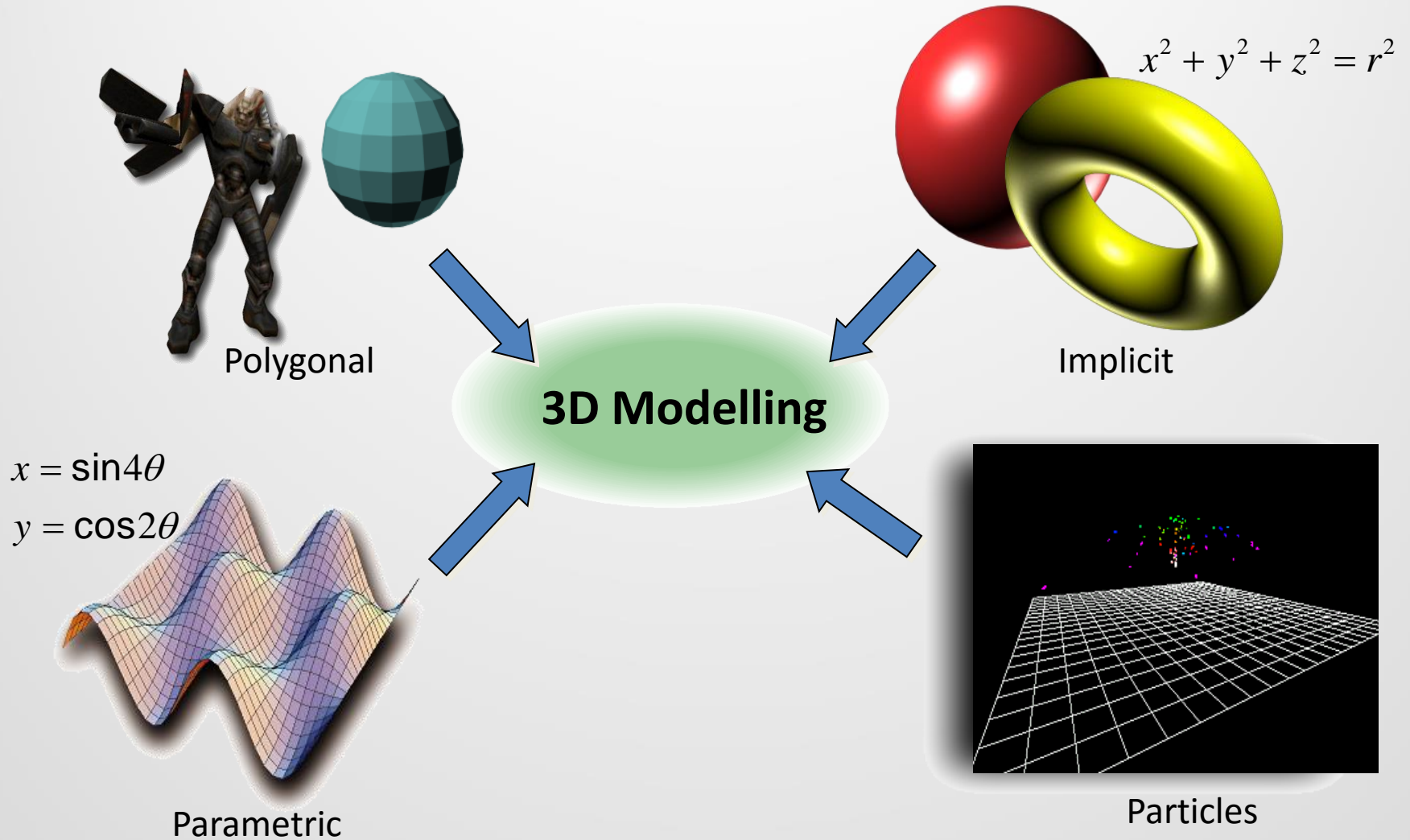
STEREO PROJECTIONS



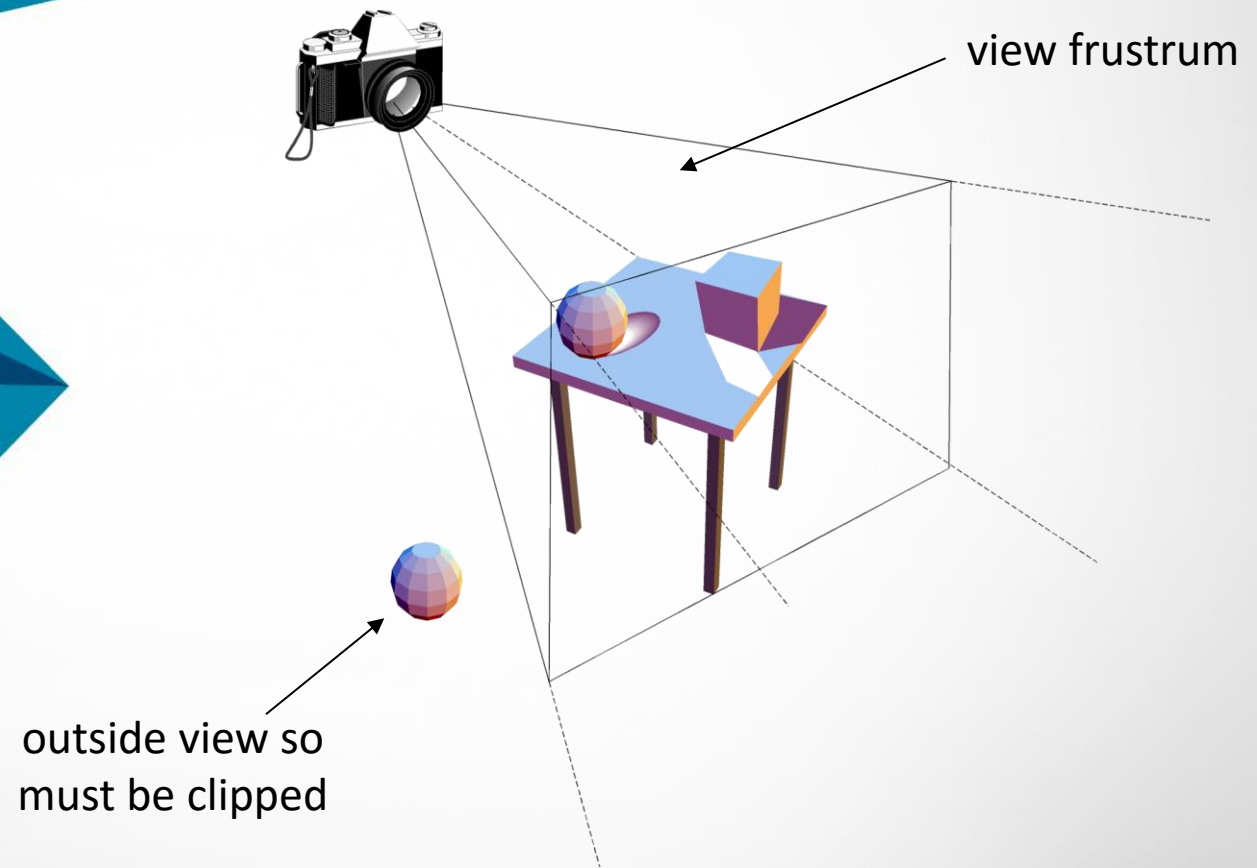
STEREO PROJECTIONS



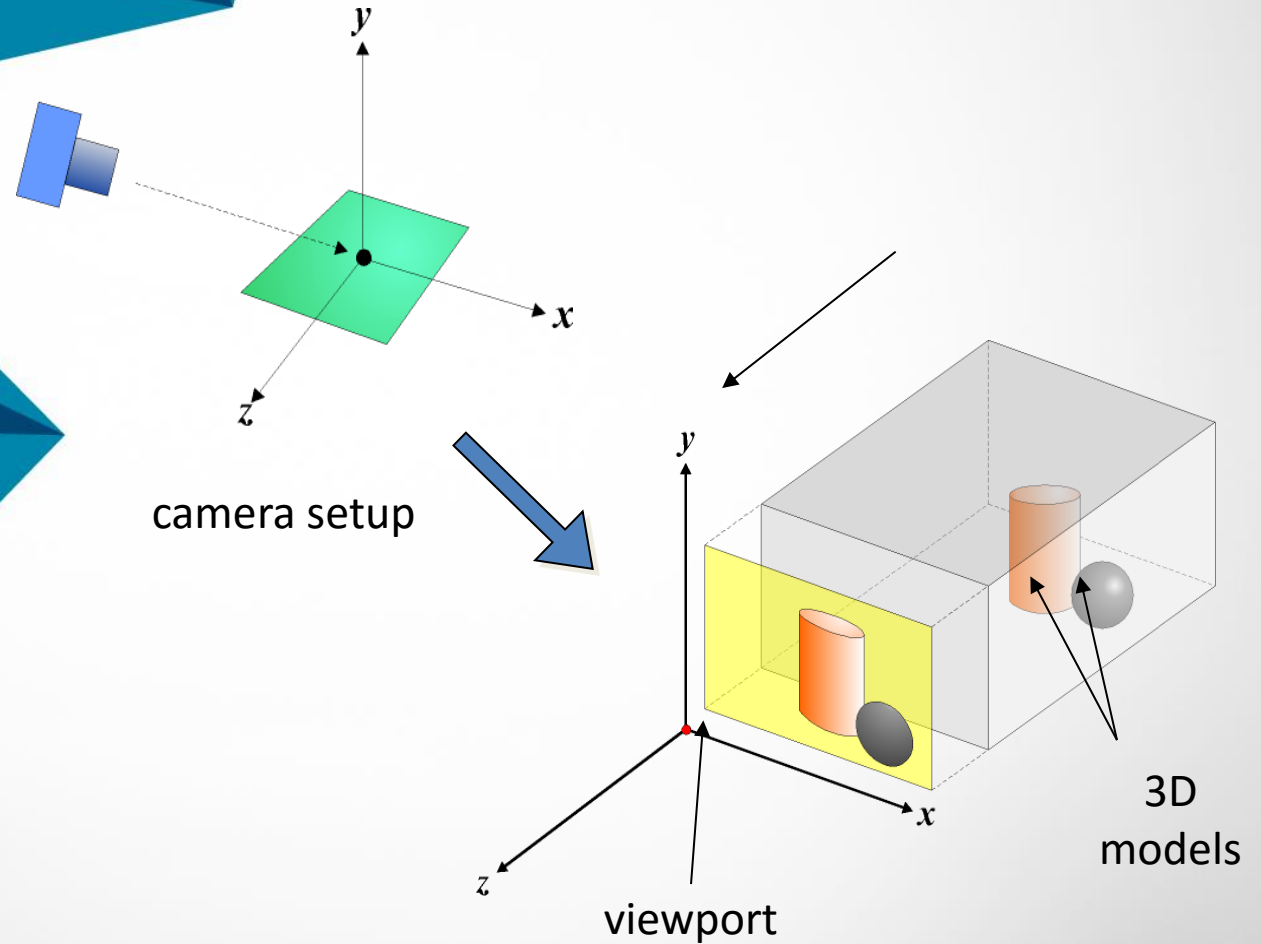
Mô hình hóa



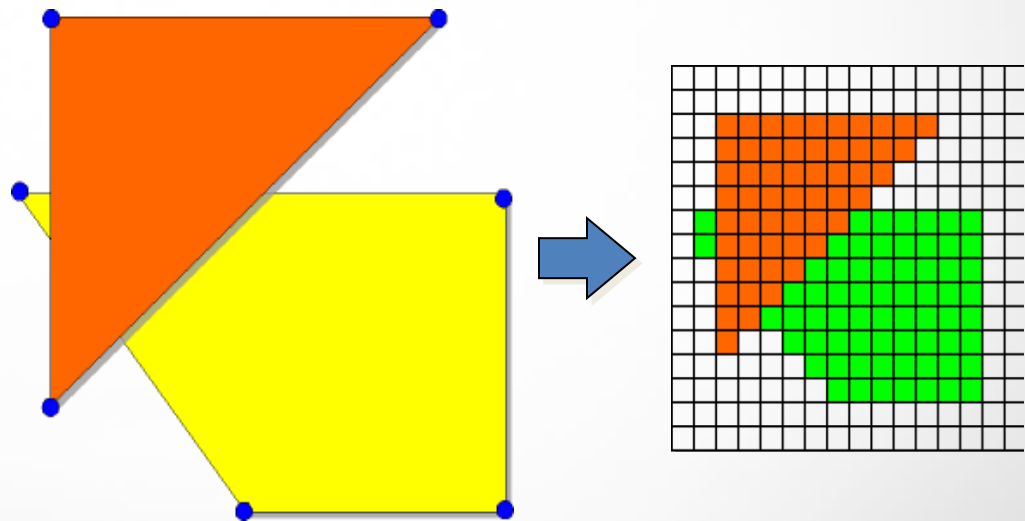
XÉN TỬA 3D



HIỂN THỊ VÀ PHÉP CHIẾU



RỜI RẠC HÓA





2

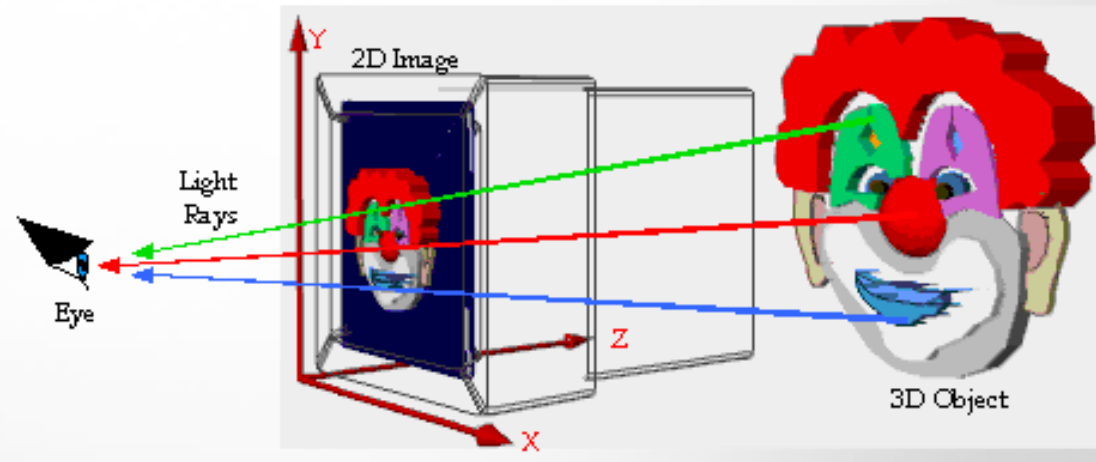
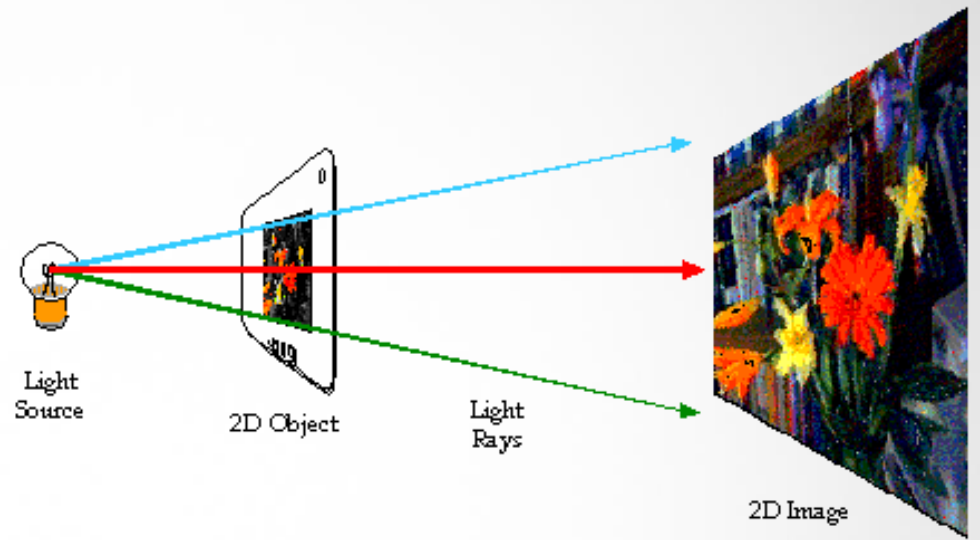
TỔNG QUAN VỀ PHÉP CHIẾU

Phép chiếu

- Định nghĩa về phép chiếu
 - Một cách tổng quát, phép chiếu là phép chuyển đổi những điểm của đối tượng trong hệ thống tọa độ n chiều thành những điểm trong hệ thống tọa độ có số chiều nhỏ hơn n .
- Định nghĩa về hình chiếu
 - Ảnh của đối tượng trên mặt phẳng chiếu được hình thành từ phép chiếu bởi các đường thẳng gọi là tia chiếu (projector) xuất phát từ một điểm gọi là tâm chiếu (center of projection) đi qua các điểm của đối tượng giao với mặt chiếu (projection plan).

Các bước xây dựng hình chiếu

1. đối tượng trong không gian 3D với tọa độ thực được cắt theo một không gian xác định gọi là view volume.
2. view volume được chiếu lên mặt phẳng chiếu. Diện tích choán bởi view volume trên mặt phẳng chiếu đó sẽ cho chúng ta khung nhìn.
3. là việc ánh xạ khung nhìn vào trong một cổng nhìn bất kỳ cho trước trên màn hình để hiển thị hình ảnh

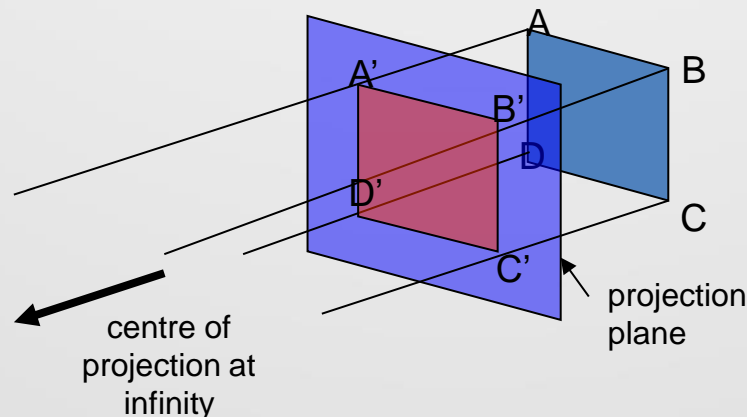


3

PHÉP CHIẾU SONG SONG

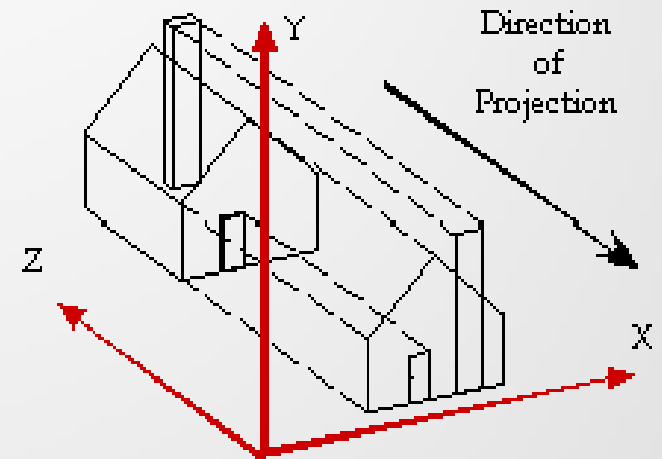
Phép chiếu song song

- Phép chiếu song song - Parallel Projections là phép chiếu mà ở đó các tia chiếu song song với nhau hay xuất phát từ điểm vô cùng
- Phân loại phép chiếu song song dựa trên hướng của tia chiếu Direction Of Projection và mặt phẳng chiếu - projection plane



Phép chiếu trực giao

- Phép chiếu trực giao (Orthographic projection) là phép chiếu song song và tia chiếu vuông góc với mặt phẳng chiếu thường dùng mặt phẳng $z=0$
- Ứng với mỗi mặt phẳng chiếu ta có 1 ma trận chiếu tương ứng



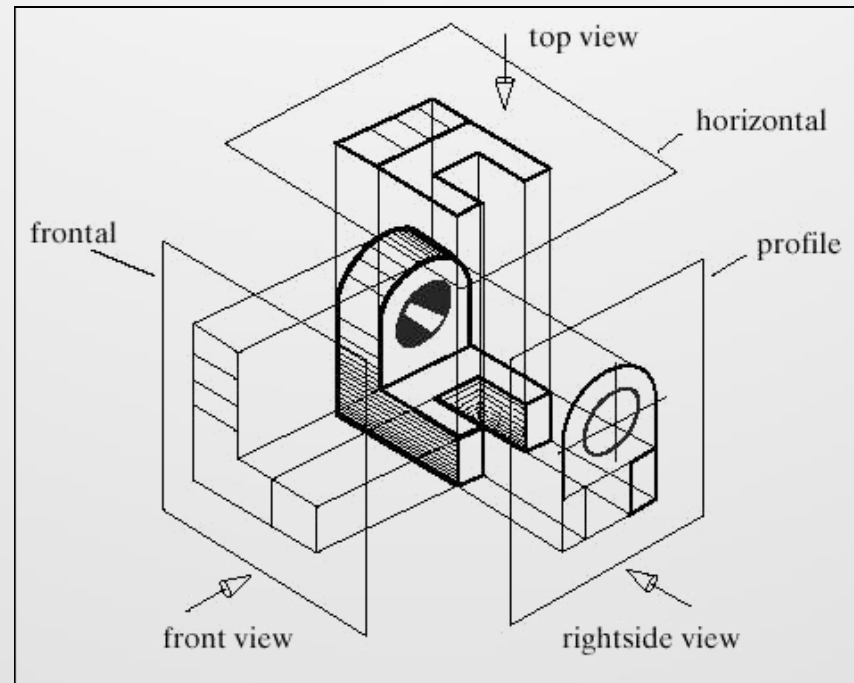
$$[T_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T_x] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Taxonomy of Projections

- Orthographic Projections
 - Multiview Orthographic



Phép chiếu trục lượng

- Phép chiếu trục lượng là phép chiếu mà hình chiếu thu được
- Phép chiếu Trimetric
- Là phép chiếu hình thành từ việc quay tự do đối tượng trên một trục hay tất cả các trục của hệ tọa độ và chiếu đối tượng đó bằng phép chiếu song song lên mặt phẳng chiếu (thường là mặt phẳng $z = 0$) vuông góc với tia chiếu trên cơ sở tỉ lệ co - SF của ảnh đối tượng trên mỗi trục là khác nhau.

$$[U] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad [T] = \begin{bmatrix} x'_x & y'_x & 0 & 1 \\ x'_y & y'_y & 0 & 1 \\ x'_z & y'_z & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Trimetric

[U] : là ma trận vector đơn vị của các trục x, y, z bất biến

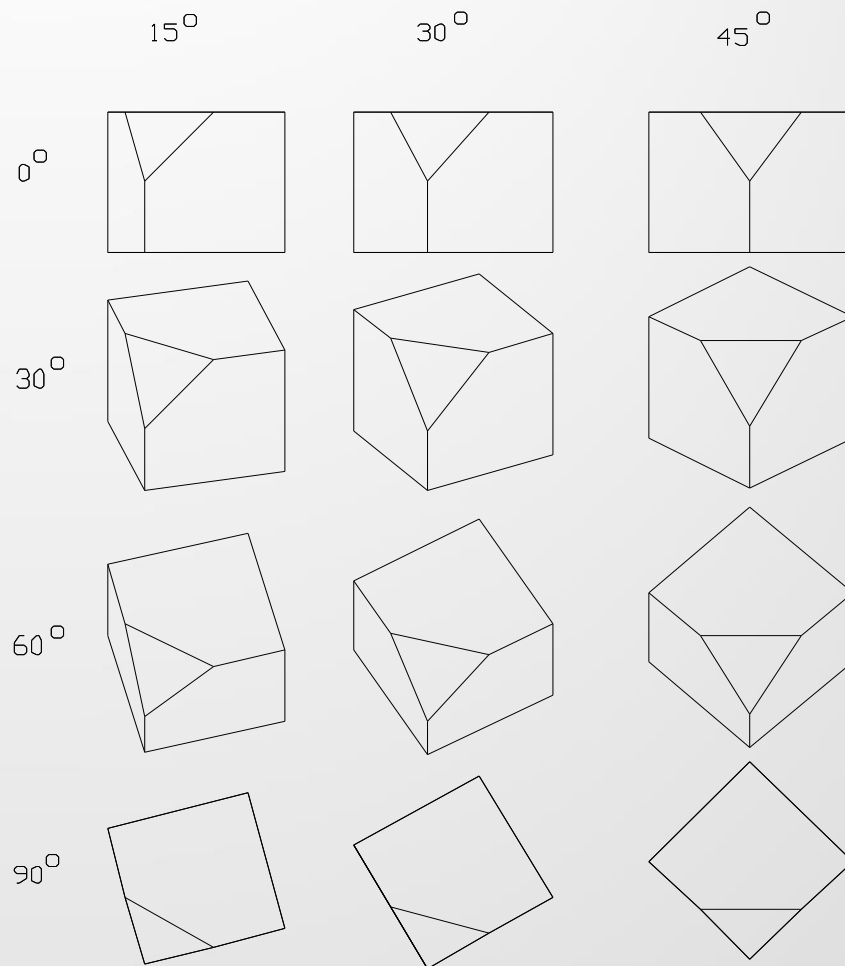
[T] : là ma trận chiếu tổng hợp tương ứng

SF- tỉ lệ co theo các trục là:

$$f_x = \sqrt{x'_x{}^2 + y'_x{}^2}$$

$$f_y = \sqrt{x'_y{}^2 + y'_y{}^2}$$

$$f_z = \sqrt{x'_z{}^2 + y'_z{}^2}$$



Phép chiếu dimetric

- Là phép chiếu Trimetric với 2 hệ số tỉ lệ co bằng nhau, giá trị thứ 3 còn lại là tùy ý.

$$[T] = [Ry][Rx][Pz]$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & 0 & 0 \\ \sin \phi & -\cos \phi \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Quay đối tượng quanh trục y theo một góc ϕ ,
- Quay quanh x theo một góc ψ
- Chiếu trên mặt phẳng $z = 0$ với tâm chiếu tại điểm vô hạn

$$f_z^2 = (x_z'^2 + y_z'^2) = \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \sin^2 \varphi$$

$$f_y^2 = (x_y'^2 + y_y'^2) = \cos^2 \varphi$$

$$\phi = \sin^{-1} \left(\pm \frac{f_z}{\sqrt{2 - f_z^2}} \right)$$

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\pm \frac{f_z}{\sqrt{2}} \right)$$

Phép chiếu Isometric

$$\sin^2 \phi = \frac{1 - 2 \sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi}$$

$$f = \sqrt{\cos^2 \varphi} = \sqrt{2/3} = 0.8165$$

$$\sin^2 \phi = \frac{\sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi}$$

$$\sin^2 \phi = \frac{\sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi} = \frac{1/3}{1 - 1/3} = 1/2$$

$$\sin \phi = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

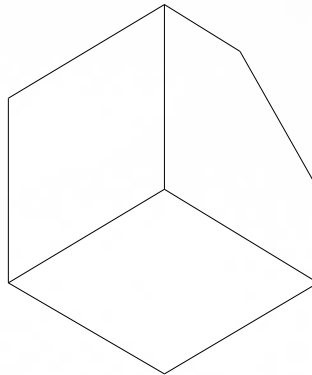
$$\varphi = \pm 35.26^\circ$$

$$\phi = \pm 45^\circ$$

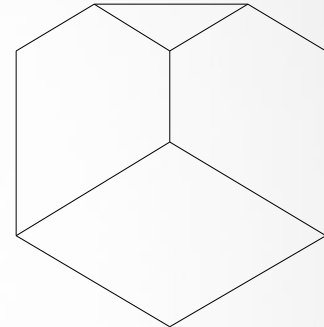
- Là phép chiếu trực lượng mà ở đó hệ số co cạnh trên 3 trục là bằng nhau
- Góc quay tương ứng là 35.26 và 45
- Được ứng dụng nhiều trong việc xây dựng các góc quan sát chuẩn cho đối tượng trong các hệ soạn thảo đồ họa

PHÉP CHIẾU ISOMETRIC

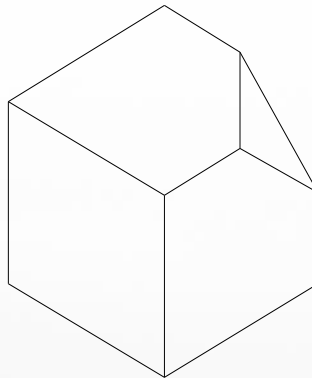
-45°
 -35.26°



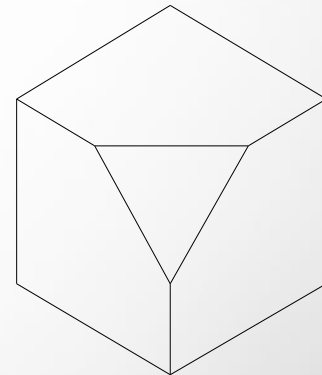
$+45^{\circ}$
 -35.26°



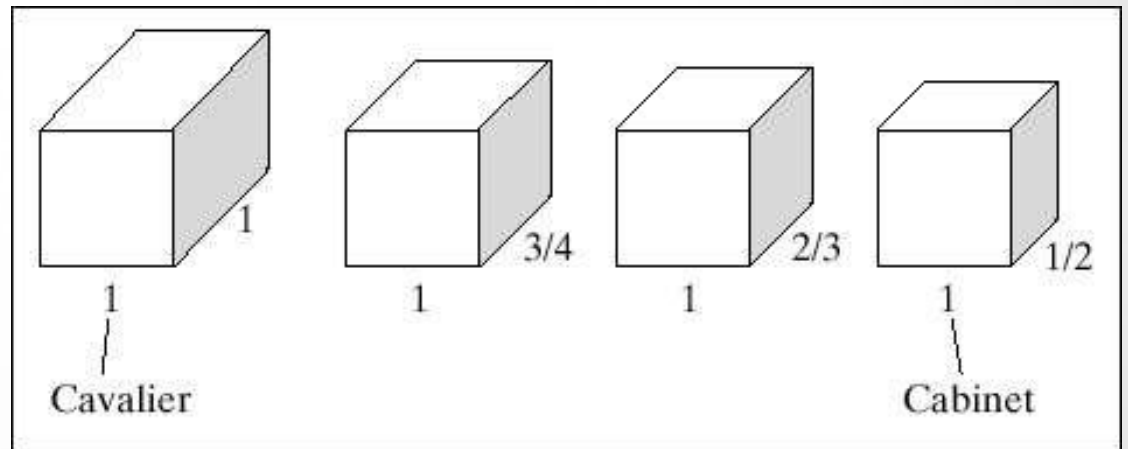
-45°
 $+35.26^{\circ}$



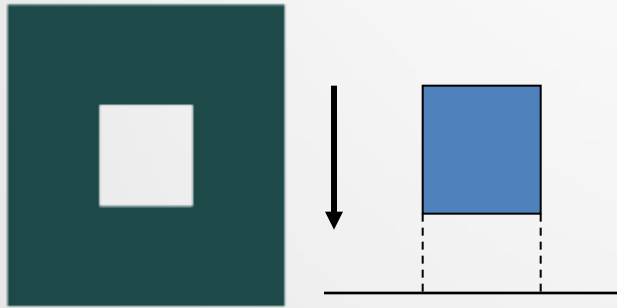
$+45^{\circ}$
 $+35.26^{\circ}$



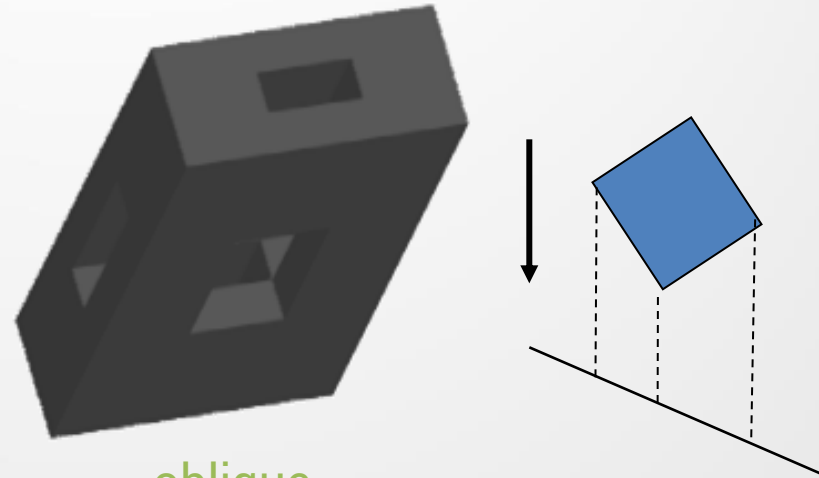
PHÉP CHIẾU XIÊN



Phép chiếu xiên



orthographic



oblique



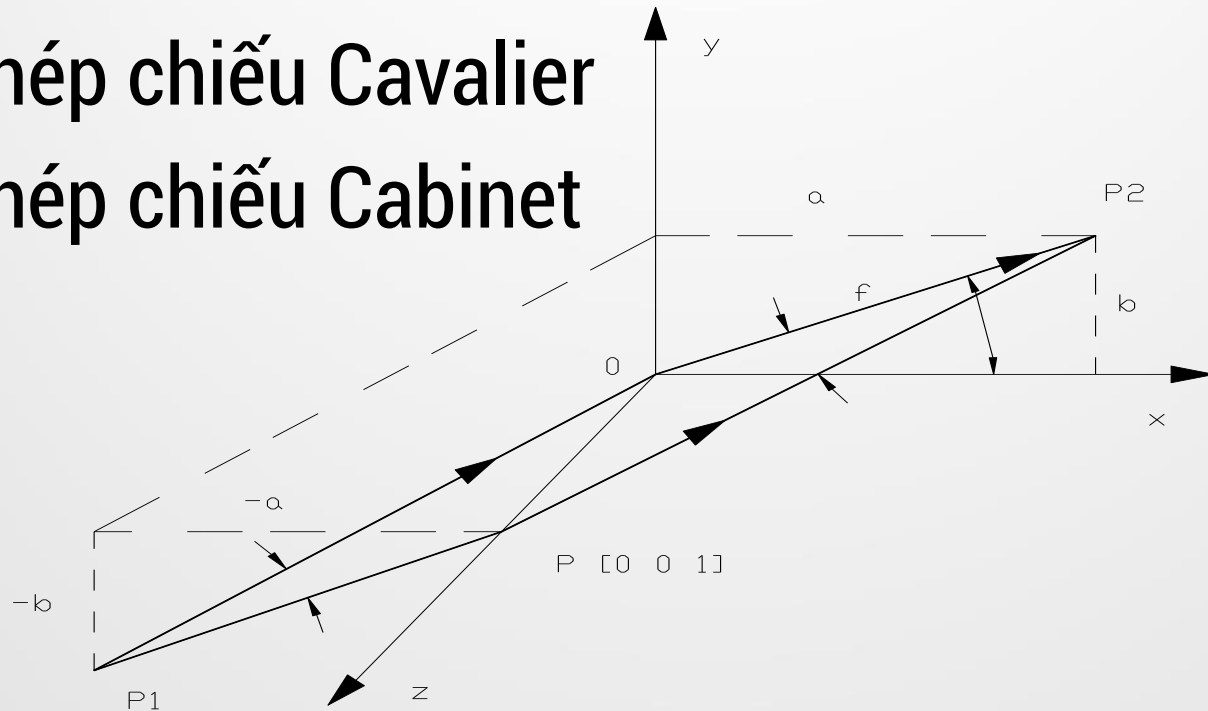
axonometric



isometric

Phép chiếu xiên

- Phép chiếu Cavalier
- Phép chiếu Cabinet



Taxonomy of Projections

- **Oblique Projections**
 - Combine the properties of Orthographic and Axonometric
 - Preserves the object face; and
 - Gives a better sense of the 3D nature.

Phép chiếu Cavalier

- Phép chiếu cavalier là phép chiếu xiên được tạo thành khi các tia chiếu làm thành với mặt phẳng chiếu một góc 45°

$$a = f \cos \alpha$$

$$b = f \sin \alpha$$

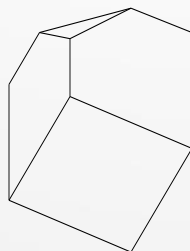


$$[T''] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

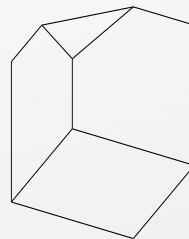
$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -f \cos \alpha & -f \sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Phép chiếu Calavier

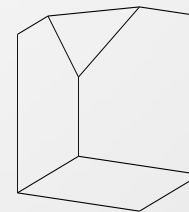
- $f = 0, \beta = 90^\circ$ phép chiếu sẽ trở thành phép chiếu trục giao.
- Còn với $f = 1$ kích thước của hình chiếu bằng kích thước của đối tượng \Rightarrow cavalier
- Phép chiếu Cavalier cho phép giá trị của α biến đổi một cách tự do $\alpha = 30^\circ$ và 45°



-45°



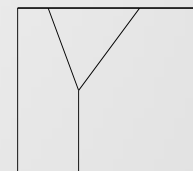
-30°



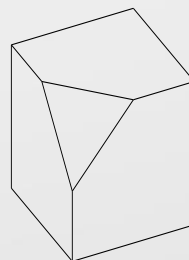
-15°

$+15^\circ$

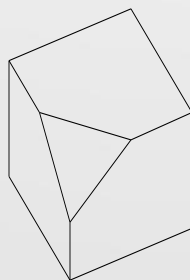
0°



$+30^\circ$



$+45^\circ$

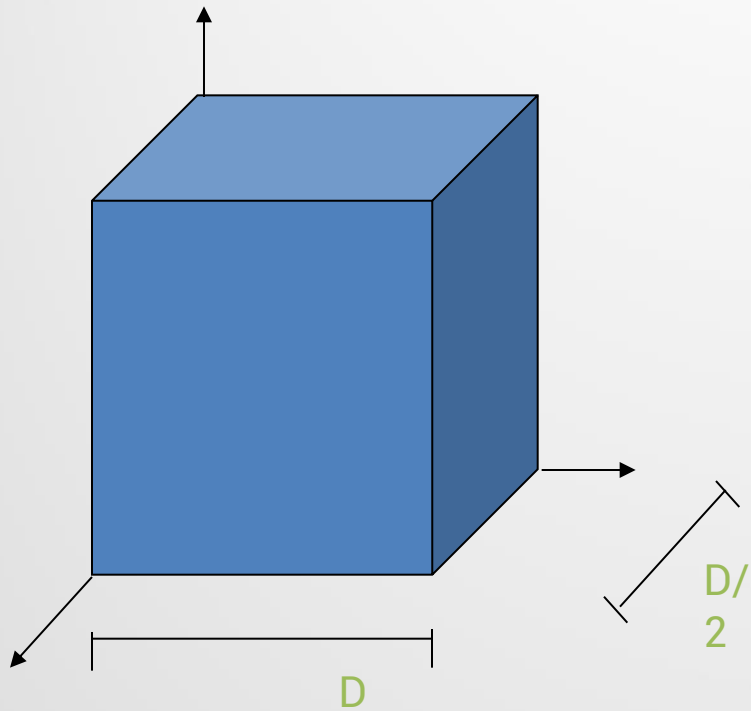


Phép chiếu Cabinet

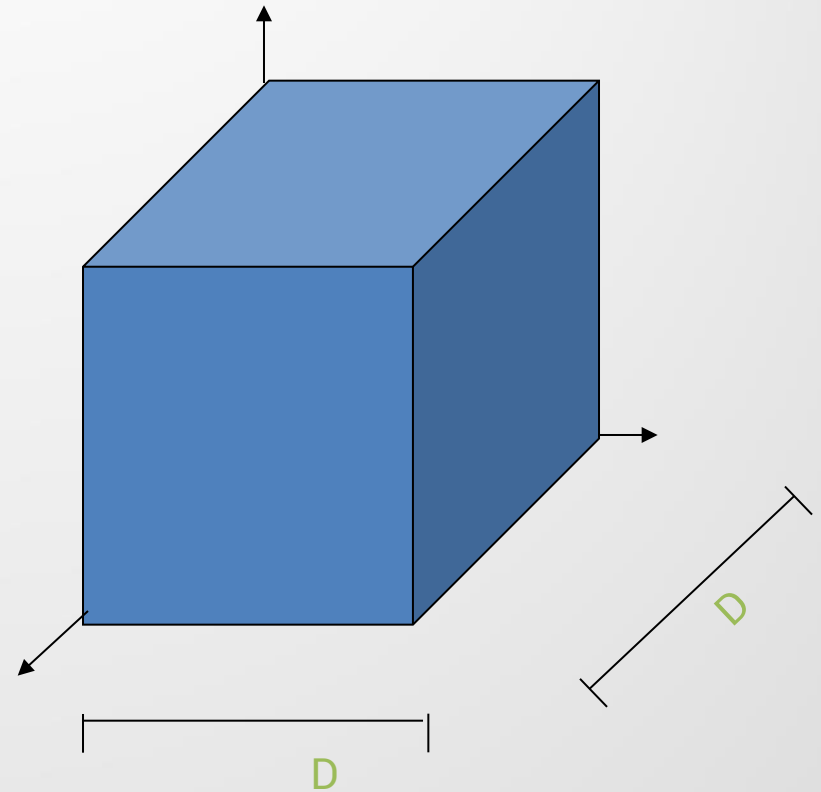
- Phép chiếu xiên với hệ số co tỉ lệ $f = 1/2$

$$\begin{aligned}\beta &= \cos^{-1}\left(\frac{f}{\sqrt{1^2 + f^2}}\right) \\ &= \cos^{-1}\left(\frac{1/2}{\sqrt{1^2 + (1/2)^2}}\right) = 63.435^\circ\end{aligned}$$

Phép chiếu xiên



Cabinet Projection



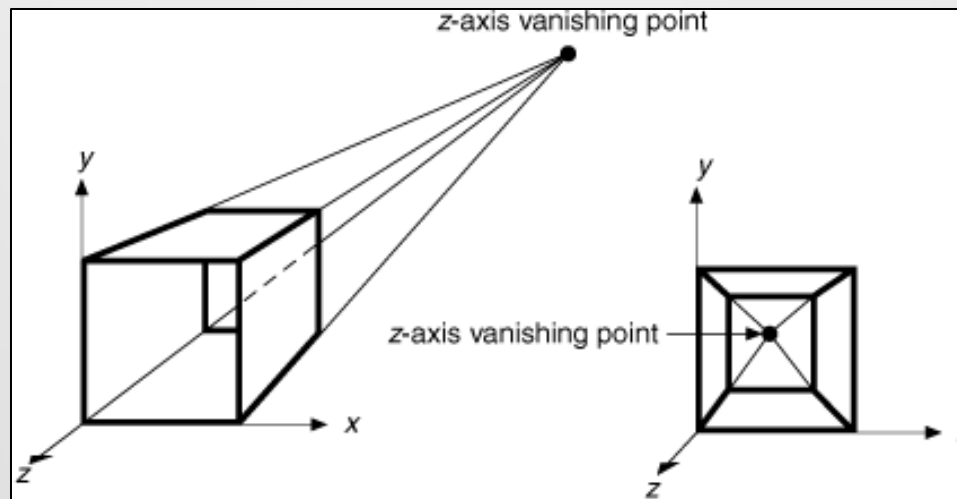
Cavalier Project

4

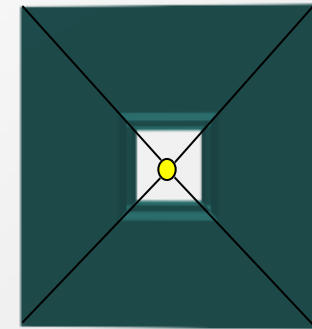
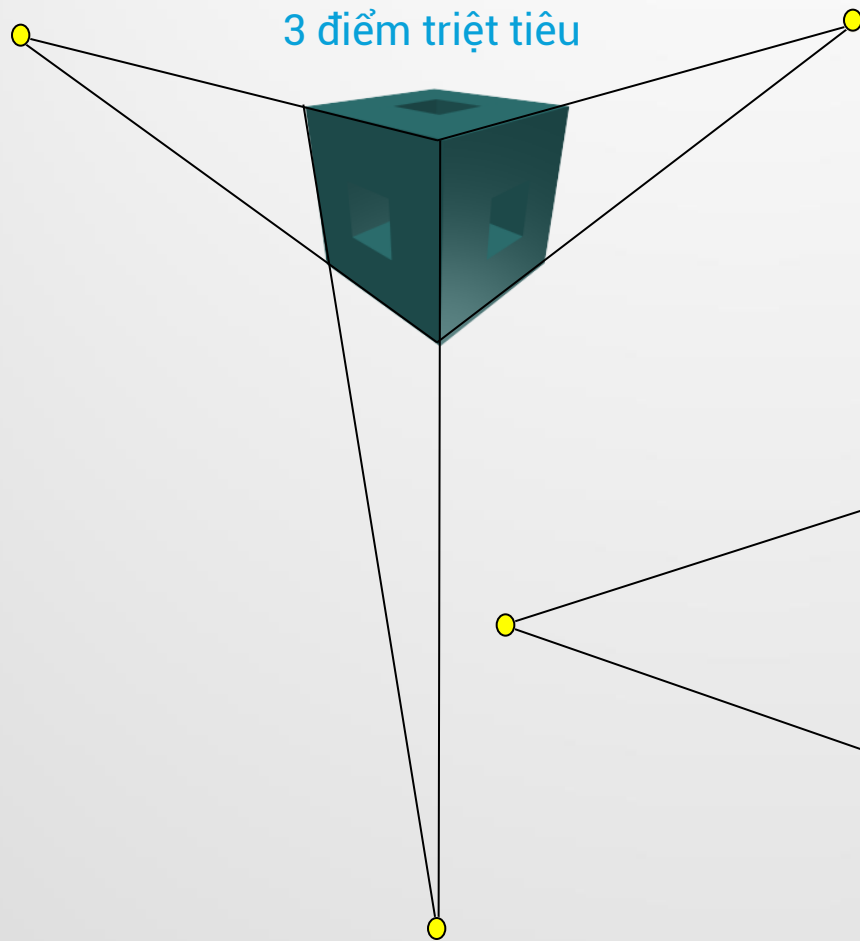
PHÉP CHIẾU PHỐI CẢNH

Phép chiếu phối cảnh

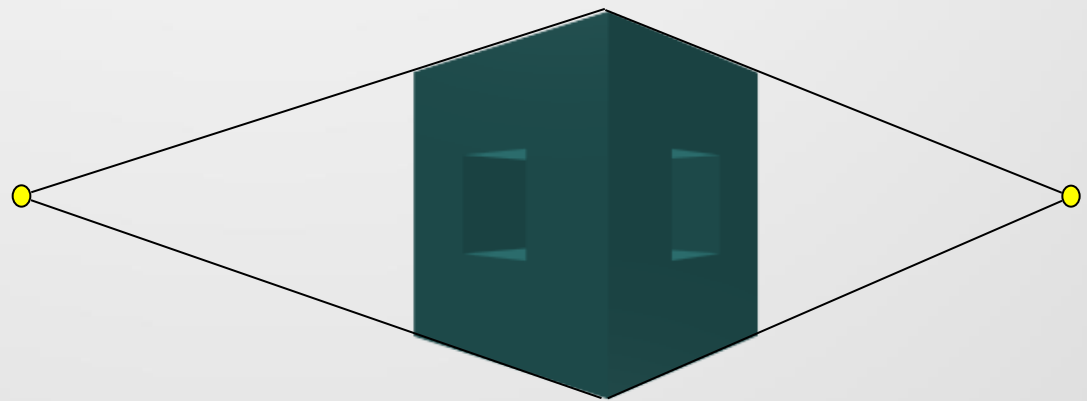
- Phép chiếu phối cảnh là phép chiếu mà các tia chiếu không song song với nhau mà xuất phát từ 1 điểm gọi là tâm chiếu. Phép chiếu phối cảnh tạo ra hiệu ứng về luật xa gần tạo cảm giác về độ sâu của đối tượng trong thế giới thật mà phép chiếu song song không lột tả được.
- Các đoạn thẳng song song của mô hình 3D sau phép chiếu hội tụ tại 1 điểm gọi là điểm triệt tiêu - vanishing point
- Phân loại phép chiếu phối cảnh dựa vào tâm chiếu - Centre Of Projection (COP) và mặt phẳng chiếu projection plane



Điểm triệt tiêu

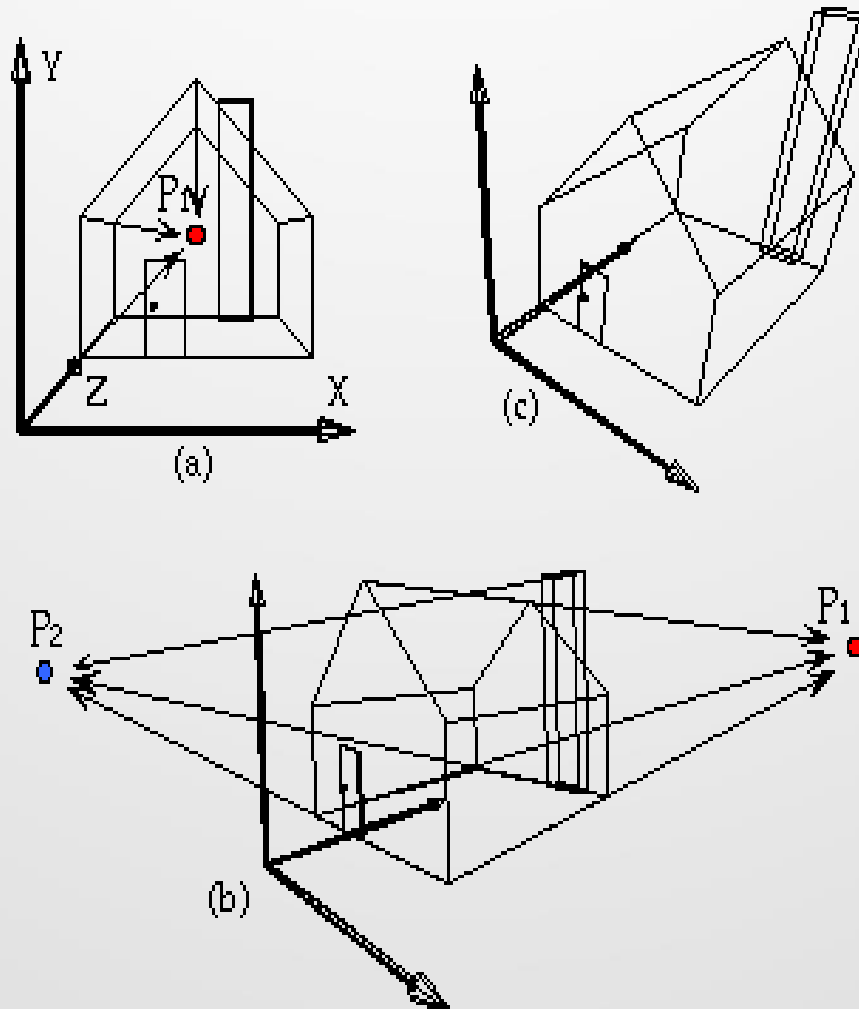


1 điểm triệt tiêu



2 điểm triệt tiêu

Phép chiếu phối cảnh

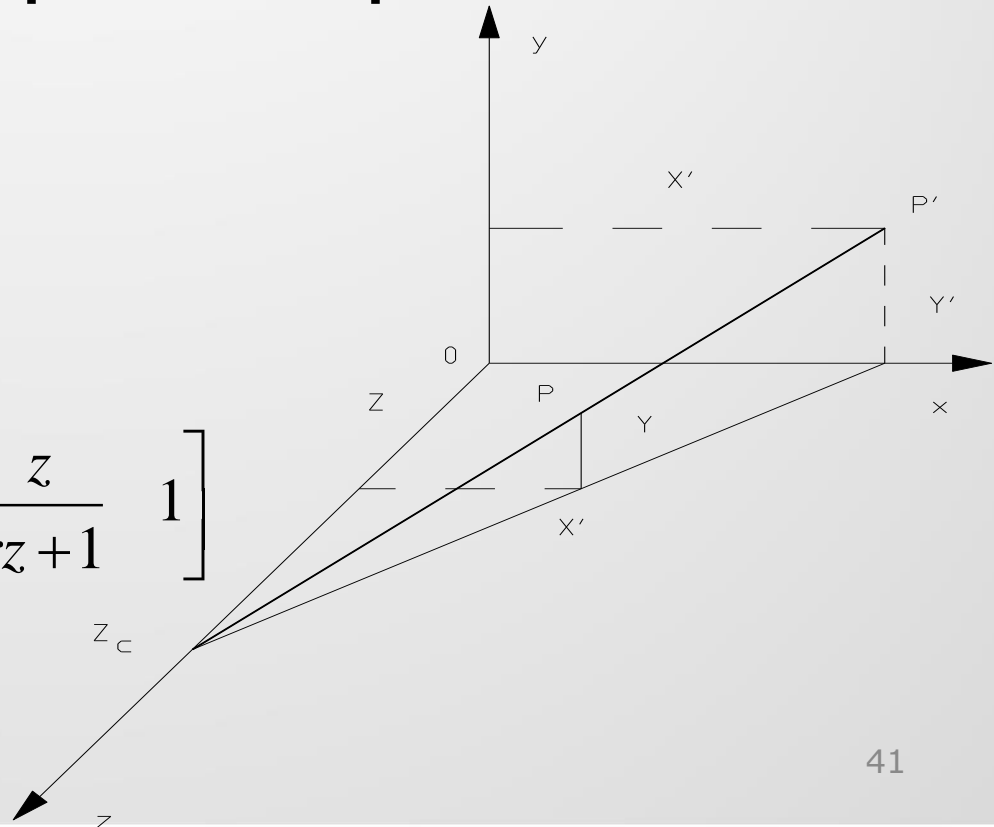


Phép biến đổi phối cảnh

- Phép chiếu phối cảnh của các điểm trên đối tượng lên trên mặt phẳng 2D thu được từ phép chiếu trực giao và phép biến đổi phối cảnh

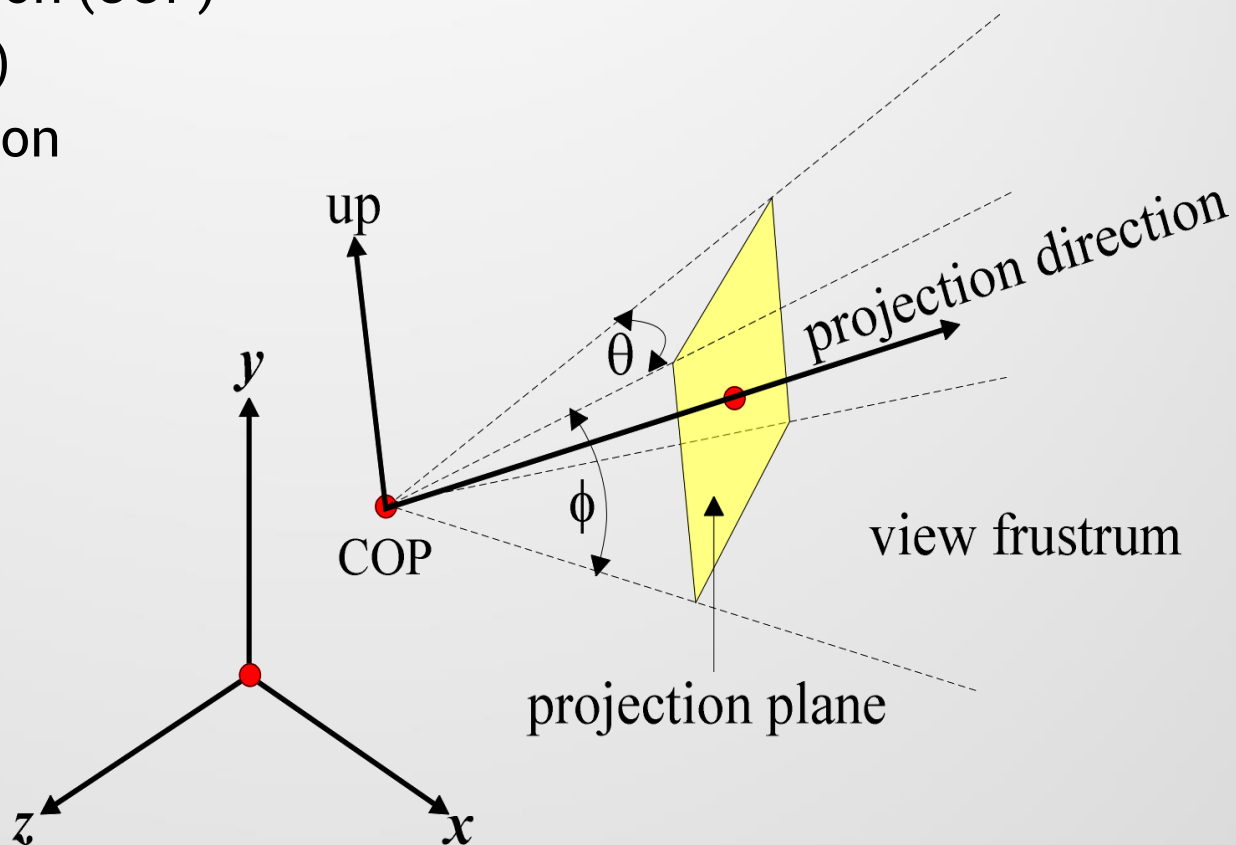
$$[Tr] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{rz+1} & \frac{y}{rz+1} & \frac{z}{rz+1} & 1 \end{bmatrix}$$



Phép chiếu phối cảnh

- Tham số:
 - centre of projection (COP)
 - field of view (θ, ϕ)
 - projection direction
 - up direction



Phép chiếu phối cảnh 1 tâm

Giả sử khi mặt phẳng được đặt tại $z = 0$ và tâm phép chiếu nằm trên trục z , cách trục z một khoảng $z_c = -1/r$.

Nếu đối tượng cũng nằm trên mặt phẳng $z = 0$ thì đối tượng sẽ cho hình ảnh thật.

Phương trình biến đổi:

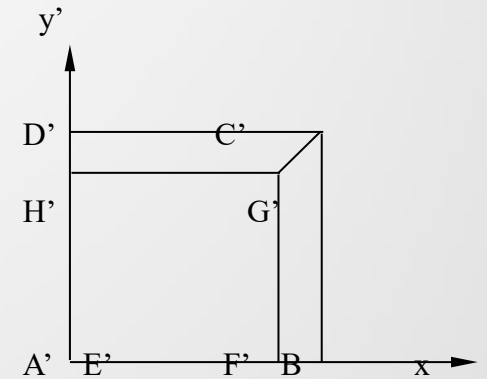
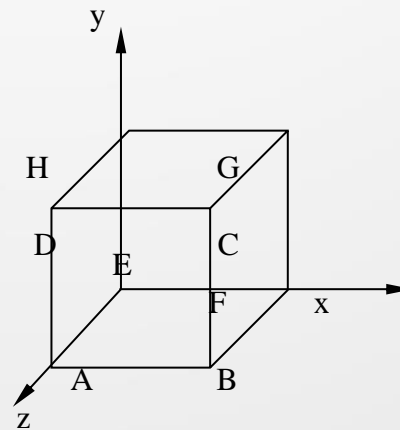
$$[x \ y \ z \ 1][Tr] = [x \ y \ z \ rz+1]$$

ma trận biến đổi một điểm phối cảnh $[Tr]$ có dạng:

$$[Tr] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

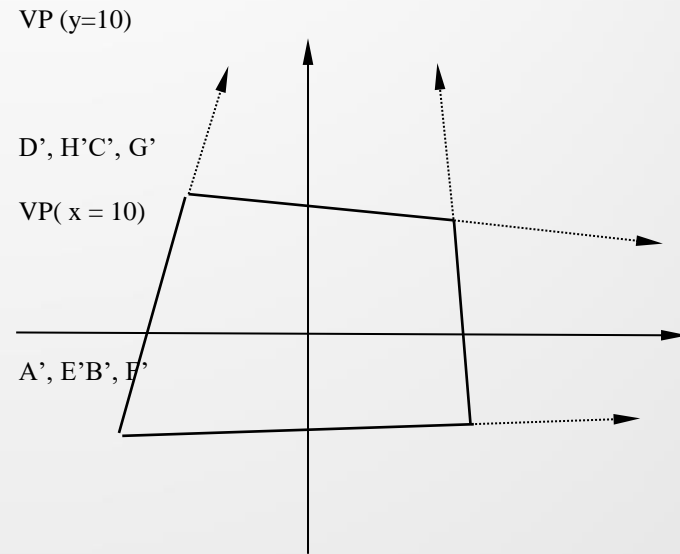
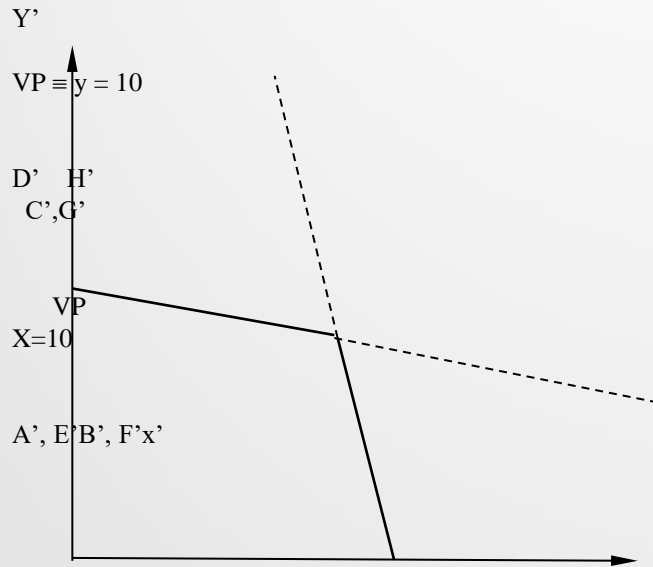
Phép chiếu phối cảnh 1 tâm

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 0 & rz+1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{rz+1} & \frac{y}{rz+1} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Phép chiếu phối cảnh 2 tâm



$$[T_{pq}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & (px + qy + 1) \end{bmatrix}$$

$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1] = \begin{bmatrix} \frac{x}{(px+qy+1)} & \frac{y}{(px+qy+1)} & \frac{z}{(px+qy+1)} & 1 \end{bmatrix}$$

- $[T_c] = [T_{pq}][T_z]$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 2 tâm chiếu:

$$[-1/p \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

$$[0 \quad -1/q \quad 0 \quad 1]$$

- VP (Vanishing point) tương ứng trên 2 trục x và y là điểm: $[1/p \quad 0 \quad 0 \quad 1]$ và $[0 \quad 1/q \quad 0 \quad 1]$.

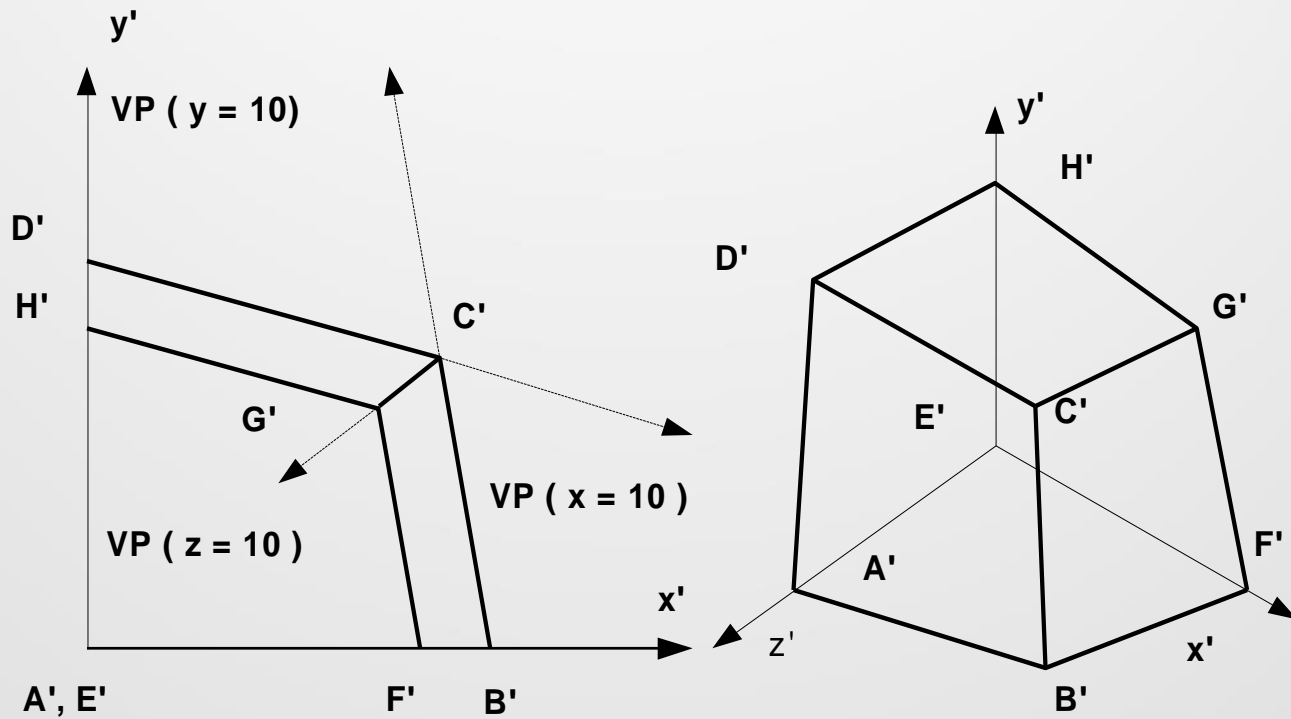
Phép chiếu phối cảnh 3 tâm chiếu

$$[T_{pqr}] = [T_p][T_q][T_r]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & (px + qy + rz + 1) \end{bmatrix}$$

$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1] = \left[\frac{x}{(px + qy + rz + 1)} \quad \frac{y}{(px + qy + rz + 1)} \quad \frac{z}{(px + qy + rz + 1)} \quad 1 \right]$$

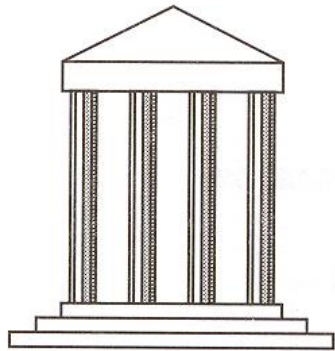


- 3 tâm chiếu:
 - trên trục x tại điểm $[-1/p \ 0 \ 0 \ 1]$,
 - y tại điểm $[0 \ -1/q \ 0 \ 1]$
 - z tại điểm $[0 \ 0 \ -1/r \ 1]$.
- VP sẽ tương ứng với các giá trị :
 - $[1/p \ 0 \ 0 \ 1], [0 \ 1/q \ 0 \ 1] [0 \ 0 \ 1/r \ 1]$

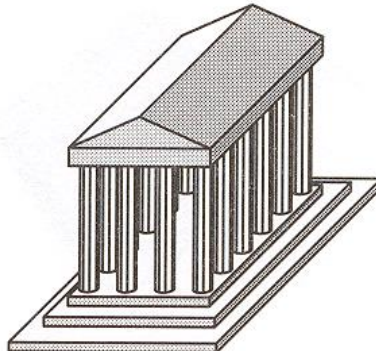
$$[T_c] = [T_{pqr}][T_z]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

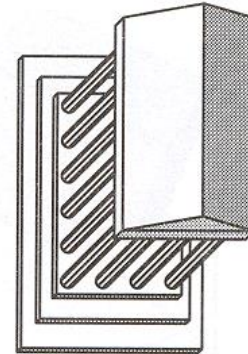
So sánh



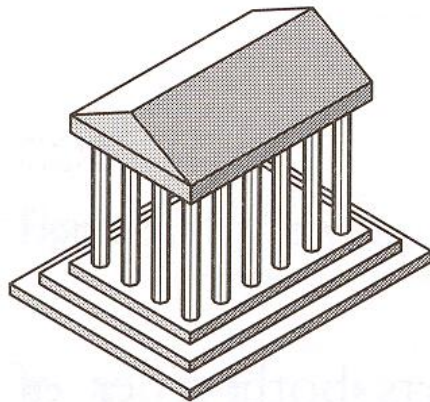
Front elevation



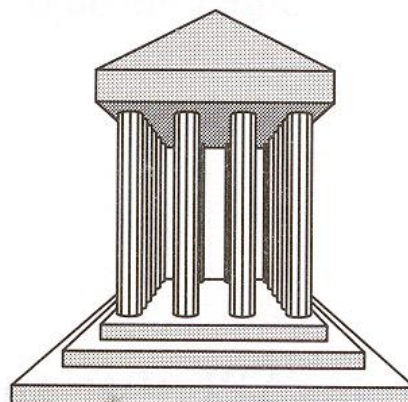
Elevation oblique



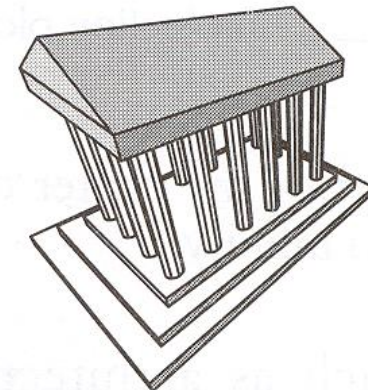
Plan oblique



Isometric



One-point perspective



Three-point perspective

VÍ DỤ OPENGL

```
void SetUpViewing()
{
    // The viewport isn't a matrix, it's just
    state...
    glViewport( 0, 0, window_width, window_height );

    // Set up camera->screen transformation first
    glMatrixMode( GL_PROJECTION );
    glLoadIdentity();
    gluPerspective( 60, 1, 1, 1000 );
                // fov, aspect, near, far

    // Set up the model->camera transformation
    glMatrixMode( GL_MODELVIEW );
    gluLookAt( 3, 3, 2, // eye point
              0, 0, 0, // look at point
              0, 0, 1 ); // up vector
    glRotatef( theta, 0, 0, 1 ); // rotate the model
    glScalef( zoom, zoom, zoom ); // scale the model
}
```